



УДК: 62.529

MSC 2010: 93B18, 93B52

## Кинематическая модель управления высокоманевренным мобильным сферороботом с внутренней омниколесной платформой

А. А. Килин, Ю. Л. Караваев, А. В. Клековкин

В статье рассматривается кинематическая модель сфероробота, приводимого в движение расположенной внутри платформой с омниколесами. Представлены описание конструкции, алгоритм планирования траектории по разработанной кинематической модели, проведены экспериментальные исследования для типовых траекторий: движение по прямой и движение по окружности.

Ключевые слова: сфероробот, кинематическая модель, неголономная связь, омниколесо

Получено 24 января 2014 года

После доработки 17 марта 2014 года

Работа Килина А. А. поддержана грантом Президента РФ поддержки ведущих научных школ НШ-2964.2014.1 «Современные проблемы классической динамики», грантом Президента РФ поддержки молодых докторов наук МД-2324.2013.1 «Исследование неголономных мобильных систем с учетом различных моделей трения, регулярных и хаотических режимов и управления». Работа Караваева Ю. Л. выполнена в рамках государственного задания ФГБОУ ВПО «УдГУ» «Регулярная и хаотическая динамика».

Килин Александр Александрович  
[aka@rcd.ru](mailto:aka@rcd.ru)

Караваев Юрий Леонидович  
[karavaev\\_yury@istu.ru](mailto:karavaev_yury@istu.ru)

Удмуртский государственный университет  
426034, Россия, г. Ижевск, ул. Университетская, д. 1

Клековкин Антон Владимирович  
[klanvla@mail.ru](mailto:klanvla@mail.ru)

Ижевский государственный технический университет им. М. Т. Калашникова  
426069, Россия, г. Ижевск, ул. Студенческая, д. 7

## 1. Введение

Важным свойством мобильных роботов является маневренность, то есть способность робота быстро менять направление движения [1]. Данное свойство имеет важное значение, например, для решения задач оптимального перемещения грузов транспортными роботами при движении в ограниченном пространстве или при движении в труднодоступных, труднопроходимых и опасных для человека условиях. Одним из путей обеспечения высокой маневренности является применение конструкций роботов в форме сферы. У таких роботов все механизмы находятся внутри сферической оболочки, чем обеспечивается дополнительная защита конструктивных элементов и системы управления. Присущая сферороботу полная геометрическая симметрия дает ему принципиальную возможность омнинаправленности. Для реализации подобного движения в последние десятилетия зарубежными и отечественными учеными ведется разработка различных типов приводных механизмов и алгоритмов управления, подробный обзор по данной тематике представлен в книге [2].

## 2. Конструктивные и кинематические особенности сферороботов

Все известные движущие механизмы сферических роботов можно разделить на три группы:

- управление путем перемещения центра масс,
- управление путем создания переменного гиросtatического момента,
- управление путем деформации формы шара.

Роботы, использующие первую схему управления, наиболее распространены. Для перемещения центра масс внутри сферы используются такие варианты, как система маятникового типа, слайдеры, полозья, по которым движется масса, различные тележки, катающиеся внутри шара [3–10]. Например, первый сфероробот, управляемый путем перемещения центра масс, реализован в 1996 году авторами работы [11]. Робот имел одно активное колесо и одно поворотное. Активное колесо имело точку контакта со сферой в нижней части, над ним располагался модуль управления, а поворотное колесо контактировало со сферой в верхней части. С течением времени данный принцип управления сферороботами получил большое распространение, спроектировано достаточно много роботов, усовершенствованы схемы и алгоритмы управления.

Роботы, относящиеся ко второй категории, передвигаются за счет создания переменного гиросtatического момента [12–14], то есть для управления шаром используется гиросtatический эффект. Изучением данного принципа занимались многие исследователи (в частности, показана алгебраическая управляемость этой системы, получены законы управления [3, 15–17]), но на практике подобные роботы обладают низкой эффективностью и представляют интерес, прежде всего, с точки зрения развития неголономной механики.

Третья схема управления, также получившая распространение в последнее время, реализуется за счет деформации формы шара [18]. Имея мягкую оболочку, сфероробот может перемещаться и даже прыгать за счет ее деформаций.

Разрабатываемый в данной работе сфероробот относится к первой группе и перемещается за счет использования внутреннего приводного механизма в виде платформы с тремя омниколесами, поэтому рассмотрим конструкции подобных моделей более подробно.

Первый робот — это робот-шар, внутри которого свободно размещается трехколесное средство передвижения [19]. Авторы описывают свое изобретение как устройство, которое может перемещаться по плоской поверхности и менять направление, когда сталкивается с препятствием, которое не может быть преодолено. Данный робот состоит из твердой полый оболочки, внутри которой располагается платформа, имеющая привод, который передает необходимый вращающий момент для движения вперед и поворотов. Недостатком данного изобретения является то, что приводным является только одно колесо. Это существенно ограничивает подвижность и маневренность робота, однако недостаток частично устраняется установкой приводов на каждое колесо. Второй подобный робот [20] описывается авторами как транспортное средство на гусеницах, приводимых в движение одним двигателем в пустой прозрачной сфере. По сравнению с предыдущим роботом, данная модель имеет преимущество в том, что гусеницы имеют большую площадь контакта с внутренней поверхностью сферы, что обеспечивает большее сцепление между платформой и сферой, а значит, меньшую вероятность проскальзывания. Но, как и предыдущая модель, этот робот имеет недостаточную маневренность, то есть не может начать движение в любом направлении без переориентирования внутренней платформы.

Далее рассмотрим робота, который внутри сферы содержит два контактирующих с корпусом колеса, приводимые в движении двумя двигателями [21]. Сигналы управления передаются с платы управления по беспроводному интерфейсу. Недостатком данного робота, как и предыдущих, является невозможность движения в любом направлении без переориентирования платформы. Кроме того, хотя робот с предлагаемой системой управления и является дистанционно управляемым, но он может работать только в ручном режиме управления.

Современным и перспективным направлением развития сферороботов является разработка конструкции, содержащей платформу, способную совершать всенаправленное движение внутри сферической оболочки. Например, в работе [22] на каждом колесе внутренней подвижной платформы располагаются пассивные ролики, оси вращения которых расположены под углом  $90^\circ$  к плоскости колеса. Авторами [22] выведены кинематические уравнения движения и проведены эксперименты, включающие в себя движение по прямой, окружности и квадрату. Однако ошибка перемещения робота составляет при этом от 10 до 50 %.

### 3. Разработка экспериментального образца

Предлагаемый сфероробот перемещается за счет изменения положения центра масс путем перемещения всенаправленной платформы внутри полый сферы. Маневренность сфероробота обеспечивается использованием платформы с тремя омниколесами типа Mecanum [23] (ролики на колесах расположены под углом  $45^\circ$  к оси колеса), перемещающейся по внутренней сферической поверхности. Платформа выполнена таким образом, что проекции на опорную плоскость углов между осями двигателей, на которых установлены колеса, равны  $120^\circ$ . Так как колеса типа Mecanum предназначены для движения по плоской поверхности, ролики перепрофилированы специально для движения по внутренней поверхности сферы.

При проектировании системы управления роботом разработана структурная схема, представленная на рисунке 1. Оператор на персональном компьютере (ПК) задает команды движения робота. Затем управляющие команды передаются на микропроцессорное устройство (МПУ) по беспроводному интерфейсу связи. Далее микропроцессор обрабатывает полученные данные и формирует управляющий сигнал, подаваемый на драйверы двигателей,

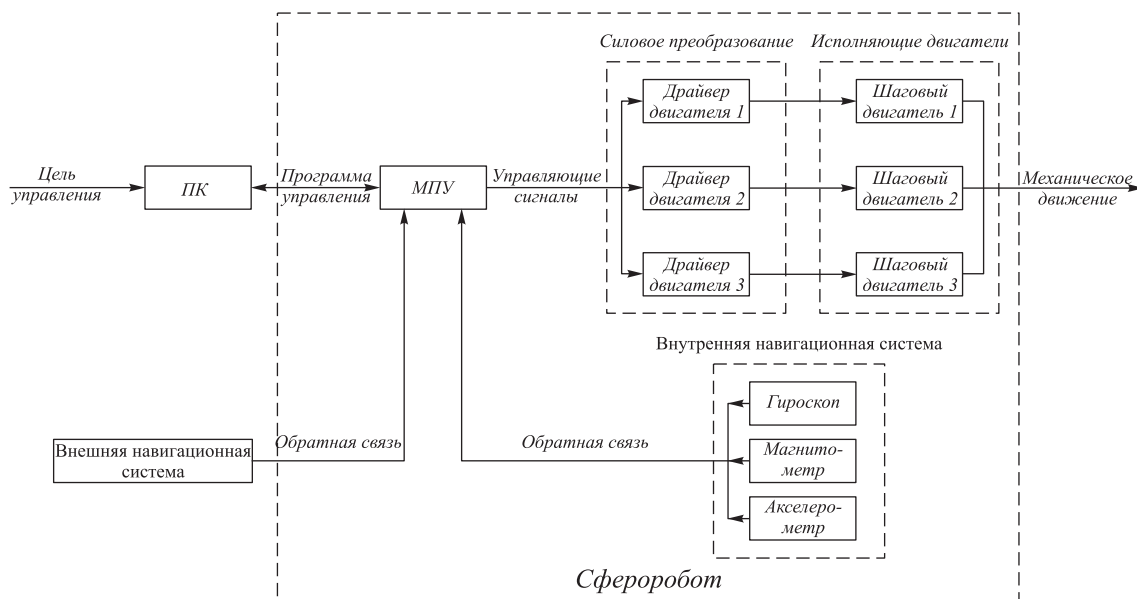
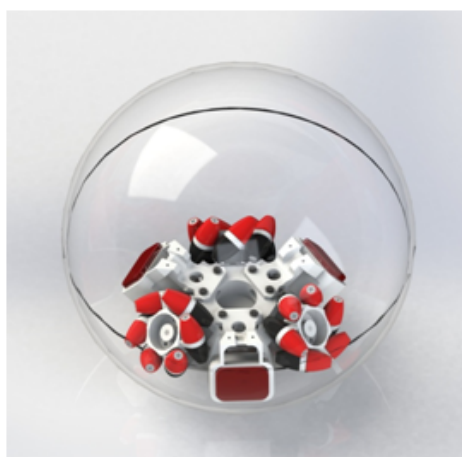


Рис. 1. Структурная схема системы управления роботом.

которые, в свою очередь, подают напряжение нужной формы и амплитуды на шаговые двигатели. Плата управления также содержит трехосевой датчик ускорений, датчик угловых скоростей и магнитометр, которые являются внутренней навигационной системой и используются как датчики обратной связи для ориентации сфероробота в пространстве. Но данная система не позволит отслеживать положение с достаточной точностью, так как при интегрировании величин принимаемых с датчиков, с течением времени накапливается ошибка. Чтобы исключить эту ошибку, необходимо использовать еще и внешнюю навигационную систему. Например, это могут быть камеры, следящие за движением робота, сопряженные с вычислительной системой для определения его текущих координат.

Разработанная трехмерная модель сфероробота и изготовленный по ней натурный образец представлены на рисунке 2.



(a)



(b)

Рис. 2. Трехмерная (a) и реальная (b) модель сфероробота с внутренней омниплатформой.

#### 4. Кинематическая модель управления сферороботом

Для определения управляющих воздействий (скоростей вращения омниколес), необходимых для реализации движения сфероробота по траектории, рассмотрим кинематическую модель. Конструкция и неголономная модель омниколеса, а также омниколесного экипажа с различным количеством и расположением колес, перемещающегося по плоскости и по сфере, представлена в работе [24]. В указанной работе сфера, по которой движется платформа, неподвижна. В нашем случае сферическая оболочка, внутри которой перемещается омниколесная платформа, движется по плоскости с угловой скоростью  $\Omega$ .

Рассмотрим неподвижную систему координат  $OXYZ$  с осями  $\alpha, \beta, \gamma$ , жестко связанную с платформой, и подвижную систему  $Cxyz$  с осями  $e_1, e_2, e_3$  и с началом координат, расположенным в центре сферической оболочки (см. рис. 4), причем оси  $Cx, Cy, Cz$  совпадают с главными осями инерции платформы. Для векторов скорости рассматриваемой системы, характерно следующее отношение, определяющее отсутствие проскальзывания в точке контакта ролика омниколеса со сферической оболочкой [24]:

$$(V_{Ci} - \tilde{V}_{Ci}, \alpha_i) = 0, \quad (4.1)$$

где  $\alpha_i$  — единичный вектор, направленный вдоль оси закрепления роликов (см. рис. 3);  $V_{Ci}$  — вектор скорости  $i$ -го колеса в точке контакта,  $\tilde{V}_{Ci}$  — вектор скорости точки контакта сферы с  $i$ -м колесом. Здесь и далее все векторы рассматриваются в проекциях на оси подвижной системы координат (если не оговаривается иного). Векторы  $V_{Ci}, \tilde{V}_{Ci}$  можно представить в виде

$$V_{Ci} = V + \omega \times r_i \left( \frac{R}{R - R_i} \right) + \dot{\chi}_i n_i \times r_i \frac{R_i}{R - R_i}, \quad \tilde{V}_{Ci} = V + \Omega \times r_i \frac{R}{R - R_i}, \quad (4.2)$$

где  $\omega$  — вектор угловой скорости платформы,  $V$  — вектор линейной скорости центра сферы,  $\Omega$  — вектор угловой скорости сферы,  $r_i$  — радиус-вектор, направленный от центра сферы до центра  $i$ -го колеса,  $n_i$  — единичный вектор нормальный к плоскости колеса (см. рис. 3, 4),  $R$  — радиус сферы,  $R_i$  — радиус  $i$ -го колеса,  $\dot{\chi}_i$  — скорость вращения  $i$ -го колеса. После подстановки выражений (4.2) в уравнение (4.1) и упрощения получаем

$$((\Omega - \omega) \times r_i, \alpha_i) = \frac{R_i}{R} ((n_i \times r_i), \alpha_i) \dot{\chi}_i. \quad (4.3)$$

Введем вектор  $s_i = r_i \times \alpha_i$  и угловую скорость оболочки относительно платформы  $\tilde{\omega} = \Omega - \omega$ , тогда уравнение (4.3) запишется в виде

$$(s_i, \tilde{\omega}) = \frac{R_i}{R} (s_i, n_i) \dot{\chi}_i. \quad (4.4)$$

Решение уравнения (4.4) относительно  $\dot{\chi}_i$  позволяет определить скорости вращения каждого из колес для движения по траектории, определяемой вектором  $\tilde{\omega}$ .

Заметим, что векторы  $n_i, r_i, s_i, \alpha_i$  являются постоянными в подвижной системе координат и их значения зависят только от конструкции сфероробота. Далее мы будем рассматривать такую конструкцию платформы, в которой три одинаковых колеса (то есть  $R_1 = R_2 = R_3 = R_w$ ) расположены в одной плоскости, в углах правильного треугольника.

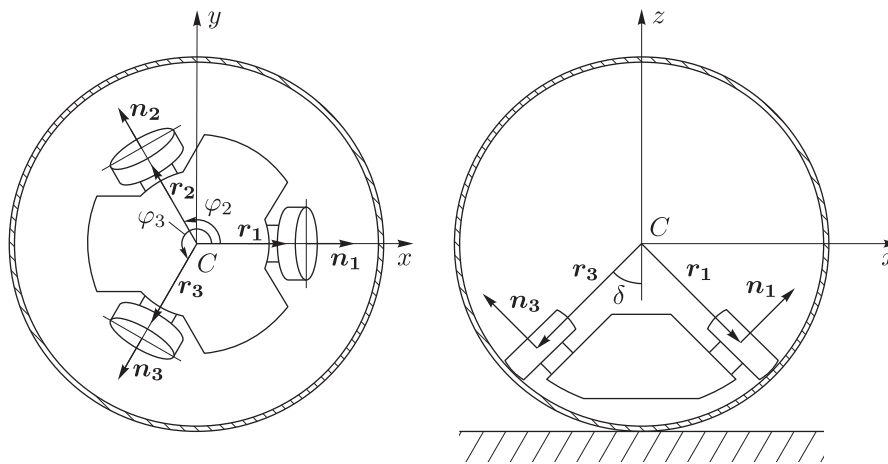


Рис. 3. Схема сфероробота с обозначением некоторых углов и векторов.

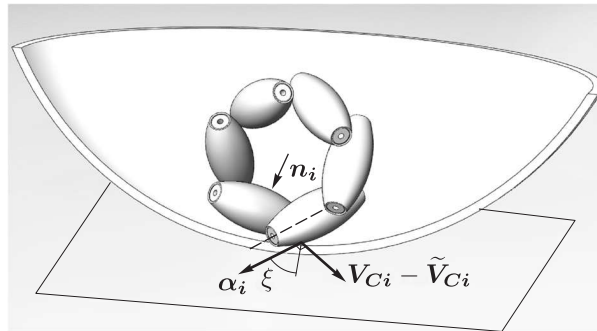


Рис. 4. Модель омниколеса в сферической оболочке.

Тогда векторы  $\mathbf{n}_i, \mathbf{r}_i, \mathbf{s}_i, \boldsymbol{\alpha}_i$  примут вид

$$\mathbf{r}_i = \begin{bmatrix} (R - R_w) \cdot \sin \delta \cdot \cos \phi_i \\ (R - R_w) \cdot \sin \delta \cdot \sin \phi_i \\ -(R - R_w) \cdot \cos \delta \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\alpha}_i = \begin{bmatrix} \cos \delta \cdot \cos \phi_i \cdot \cos \xi - \sin \phi_i \cdot \sin \xi \\ \cos \delta \cdot \sin \phi_i \cdot \cos \xi + \cos \phi_i \cdot \sin \xi \\ \sin \delta \cdot \cos \xi \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{n}_i = \begin{bmatrix} \cos \delta \cdot \cos \phi_i \\ \cos \delta \cdot \sin \phi_i \\ \sin \delta \end{bmatrix}, \quad \mathbf{s}_i = \begin{bmatrix} (R - R_w) \cdot (\sin \phi_i \cdot \cos \xi + \cos \phi_i \cdot \cos \delta \cdot \sin \xi) \\ -(R - R_w) \cdot (\cos \phi_i \cdot \cos \xi - \cos \delta \cdot \sin \phi_i \cdot \sin \xi) \\ (R - R_w) \cdot \sin \delta \cdot \sin \xi \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, 3,$$

где  $\delta$  — угол наклона осей колес платформы относительно горизонтали,  $\phi_i = \frac{2\pi}{3}(i-1)$  — угол расположения оси  $i$ -го колеса относительно оси  $\mathbf{C}\mathbf{x}$  в плоскости  $\mathbf{C}\mathbf{x}\mathbf{y}$ ,  $\xi$  — угол между осями роликов и осью вращения омниколеса.

ЗАМЕЧАНИЕ. Уравнение (4.4) соответствует идеальным Месачин-колесам, у которых в каждый момент времени одна точка контакта с поверхностью и отсутствует проскальзывание. В действительности же, в момент перехода от одного ролика к другому колесо может иметь две точки контакта, что требует отдельного рассмотрения.

## 5. Планирование траектории

Планирование траектории заключается в определении зависимости скорости вращения каждого колеса от траектории, заданной в виде  $\mathbf{r}_C(t) = (x(t), y(t), 0)^T$ . Скорости вращения колес  $\dot{\chi}_i$  в соответствии с уравнением (4.4) определяются вектором  $\tilde{\omega} = \Omega - \omega$ . Для определения зависимости компонент данного вектора от траектории рассмотрим условие непроскальзывания сферы:

$$\mathbf{V} + \Omega \times \mathbf{R} = 0, \quad (5.1)$$

где  $\mathbf{R} = -R\gamma$  — радиус-вектор из центра сферы в точку контакта сферической оболочки с плоскостью. Тогда вектор угловой скорости сферической оболочки в подвижной системе координат  $Cxyz$  можно записать в виде

$$\Omega = \frac{1}{R} \mathbf{V} \times \gamma + \Omega_3 \gamma, \quad (5.2)$$

где  $\Omega_3$  — произвольная скалярная величина, характеризующая вращение оболочки вокруг вертикали. Из (5.2) следует, что реализовать движение с заданной скоростью  $\mathbf{V}$  можно произвольным числом способов, которые будут отличаться друг от друга различным вращением оболочки вокруг вертикали. Отметим, что в некоторых моделях качения полагается строгое равенство  $\Omega_3 \equiv 0$  — так называемая модель качения резинового тела [17, 26–29].

Для записи условия непроскальзывания в неподвижной системе координат  $OXYZ$  (рис. 5) введем матрицу поворота, которая связывает подвижную систему координат с неподвижной [25]:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \cos \varphi \cos \psi - \sin \varphi \cos \theta \sin \psi & \cos \varphi \sin \psi + \sin \varphi \cos \theta \cos \psi & \sin \varphi \sin \theta \\ -\sin \varphi \cos \psi - \cos \varphi \cos \theta \sin \psi & -\sin \varphi \sin \psi + \cos \varphi \cos \theta \cos \psi & \cos \varphi \sin \theta \\ \sin \theta \sin \psi & -\sin \theta \cos \psi & \cos \theta \end{bmatrix}, \quad (5.3)$$

где  $\varphi, \theta, \psi$  — углы Эйлера, определяющие ориентацию платформы в неподвижной системе координат.

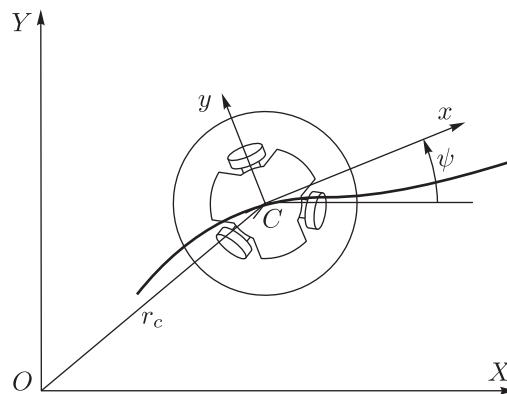


Рис. 5. Движение по траектории.

**Предположение.** В рамках кинематической (квазистатической) модели будем считать, что при равномерном движении сфероробота внутренняя платформа всегда находится в горизонтальном положении.



Данное предложение приводит к ряду следствий:

1. орты осей  $OZ$  неподвижной системы координат и  $Cz$  системы координат, связанной с подвижной платформой, равны, то есть  $\mathbf{e}_3 \parallel \gamma$ , а матрица  $\mathbf{Q}$  примет вид

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (5.4)$$

2. компоненты угловой скорости платформы по осям  $x$  и  $y$  равны нулю, то есть  $\boldsymbol{\omega} = (0, 0, \omega_z)^T$ ;

3. компонента  $\omega_z$  определяет вращение подвижной платформы вокруг вертикальной оси и равна производной угла прецессии, то есть  $\omega_z = \dot{\psi}$ .

Далее будем считать ориентацию платформы во время движения заданной, то есть  $\psi(t)$  — известная функция времени. В качестве примеров можно рассмотреть движение платформы без вращения, то есть  $\psi(t) = \text{const}$ , или такое, при котором скорость подвижной платформы сохраняет постоянное направление в подвижной системе координат, то есть

$$\psi = \arctan \frac{\dot{y}(t)}{\dot{x}(t)}. \quad (5.5)$$

Проекции скорости сферической оболочки на оси подвижной системы координат  $\mathbf{V}$  связаны с проекциями на оси абсолютной системы координат  $\dot{\mathbf{r}}_C$  очевидным соотношением  $\mathbf{V} = \mathbf{Q}^T \dot{\mathbf{r}}_C$ . Подставив данное соотношение в уравнение (5.2) и используя равенство  $\mathbf{e}_3 = \gamma$ , получим

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\omega} = \frac{1}{R} \mathbf{Q}^T \dot{\mathbf{r}}_C \times \mathbf{e}_3 + (\Omega_3 - \dot{\psi}) \mathbf{e}_3. \quad (5.6)$$

Подставив уравнение (5.6) в (4.4), получим значения угловых скоростей колес, реализующих движение по заданной траектории. Теоретически движение по заданной траектории  $\mathbf{r}_C$  с заданным вращением платформы  $\psi(t)$  можно реализовать различными способами, которые будут отличаться друг от друга вращением сферической оболочки. Эксперименты показали, что при движении на малых скоростях вращение сферы вокруг вертикальной оси практически не происходит, то есть можно принять  $\Omega_3 = 0$ . Тогда уравнение для определения угловых скоростей колес  $\dot{\chi}_i$  запишется в виде

$$\dot{\chi}_i = \frac{R}{R_i} \frac{(\mathbf{s}_i, \frac{1}{R} \mathbf{Q}^T \dot{\mathbf{r}}_C \times \mathbf{e}_3 - \dot{\psi} \mathbf{e}_3)}{(\mathbf{s}_i, \mathbf{n}_i)}. \quad (5.7)$$

## 6. Экспериментальная оценка кинематической модели

Конструкция разработанного сфероробота (см. рис. 2) определяется следующими значениями параметров:  $R = 0.15$  м,  $R_i = R_w = 0.07$  м,  $\delta = 45^\circ$ ,  $\phi_1 = 0^\circ$ ,  $\phi_2 = 120^\circ$ ,  $\phi_3 = 240^\circ$ ,  $\xi = 45^\circ$ . Подставляя данные значения в уравнение (5.7), мы можем получить зависимости угловых скоростей колес в виде функции  $\dot{\chi}_i = f(\dot{x}, \dot{y}, \omega_z, \gamma)$ .

Для данной конструкции сфероробота была проведена экспериментальная оценка разработанной кинематической модели на примере двух траекторий движения.



1. Движение сфероробота по траектории в виде квадрата с сохранением ориентации. В экспериментах траектория задавалась в виде четырех отрезков

$$\begin{aligned} 1) & x(t) = 0, y(t) = V_i t, \omega_z = 0, \psi = 0, t \in [0, T_i], \\ 2) & x(t) = V_i t, y(t) = 0, \omega_z = 0, \psi = 0, t \in [T_i, 2T_i], \\ 3) & x(t) = 0, y(t) = -V_i t, \omega_z = 0, \psi = 0, t \in [2T_i, 3T_i], \\ 4) & x(t) = -V_i t, y(t) = 0, \omega_z = 0, \psi = 0, t \in [3T_i, 4T_i], \end{aligned} \quad (6.1)$$

где  $V_i$  — скорость движения,  $T_i$  — время движения на каждом из отрезков, а  $i = 1, \dots, 4$  нумерует серию экспериментов.

Проведены четыре серии экспериментов с различной скоростью движения робота от 0.1 до 0.5 м/с, по три опыта в каждой серии, для траектории в виде квадрата со стороной 400 мм. Значения скорости и времени движения задавались в следующем виде:

$$T_i = \frac{T}{k_i}, \quad V_i = V k_i, \quad (6.2)$$

где  $i = 1, 2, 3, 4$ ,  $V = 0.1$  м/с,  $T = 4$  с,  $k_i = 1, 2, 4, 5$ . Перед сменой направления робот совершал полную остановку, а время разгона и торможения в ходе предварительных экспериментов было подобрано минимальным и составляло не более 5 % от времени движения на каждом интервале.

Съемка велась на камеру Canon EOS 7D, закрепленную над зоной движения сфероробота на высоте 2.5 м. Далее по записанному видео восстановлены реальные траектории движения робота. Траектории строились для точки, находящейся в центре подвижной платформы (на виде сверху). На рисунке 6 изображены кадры обработанной видеозаписи, где сплошной линией показана реальная траектория движения робота со скоростью 0.1 м/с: (а) в виде квадрата, (б) в виде окружности. На рисунке 7а,б,с,д представлены графики средних траекторий движения (сплошная линия) с доверительными интервалами для вероятности 95 % (область серого цвета вдоль средней траектории), для скоростей движения 0.1 м/с, 0.2 м/с, 0.4 м/с и 0.5 м/с соответственно. Средние траектории построены по трем экспериментам, проведенным с одинаковыми условиями, график теоретической траектории движения — пунктирная линия.

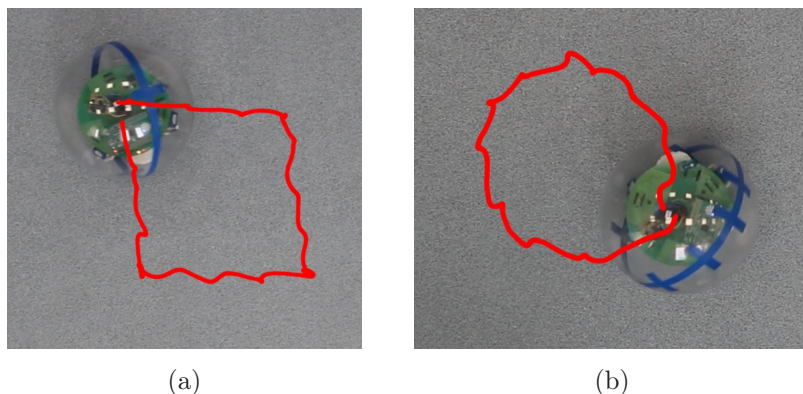


Рис. 6. Типовые фотографии движения сфероробота по траектории (а) в виде квадрата (б) в виде окружности.

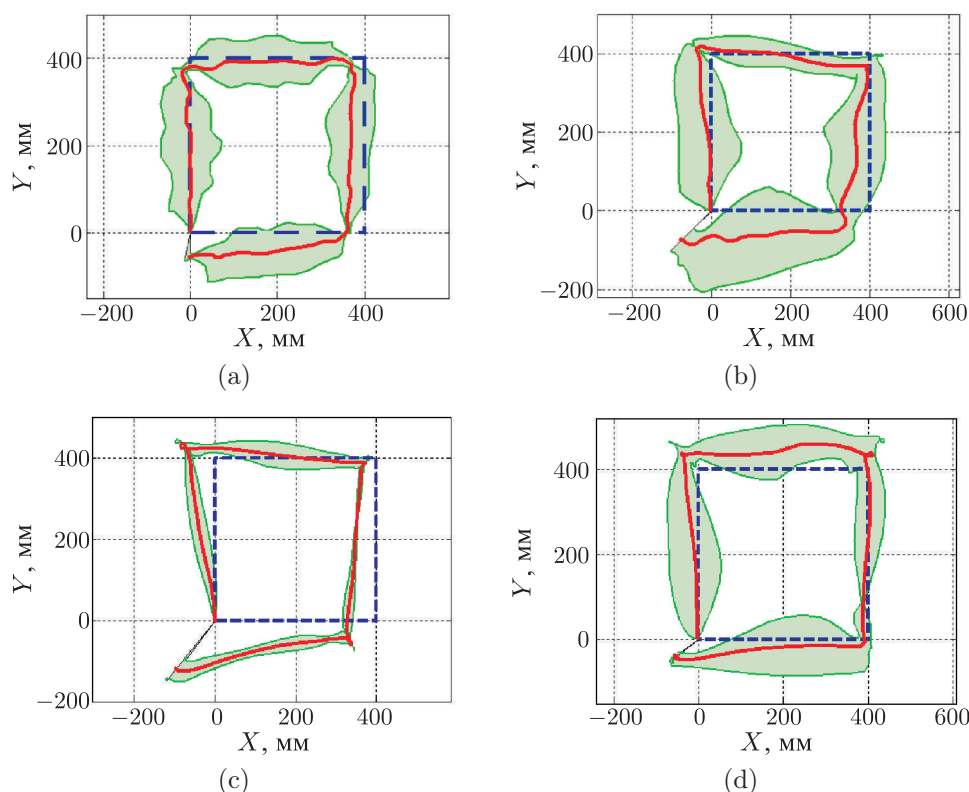


Рис. 7. Результаты экспериментов движения робота по траектории в виде квадрата со скоростью (a) 0.1 м/с, (b) 0.2 м/с, (c) 0.4 м/с, (d) 0.5 м/с.

2. Движения сфероробота по траектории в виде окружности с ориентацией, задаваемой соотношением (5.5).

Траектория окружности задается уравнениями

$$x(t) = R_t \cos \omega_0 t, \quad y(t) = R_t \sin \omega_0 t, \quad \psi = \omega_0 t, \quad (6.3)$$

где  $R_t$  — радиус окружности, по которой движется робот, а  $\omega_0$  — угловая частота. Из (6.3) видно, что за время прохождения по окружности сфероробот совершает полный оборот вокруг своей вертикальной оси. Такое движение удовлетворяет уравнению (5.5) и наиболее походит на обычное движение неомнинаправленной платформы (типа автомобиля).

Проведены серии экспериментов с различной скоростью ( $\omega_{0i} = 0.5, 1, 2, 2.5$  рад/с) и радиусом  $R_t = 200$  мм. Теоретически соответствующая им линейная скорость центра сферы равна  $V_i = 0.1, 0.2, 0.4, 0.5$  м/с. На рисунке 8 аналогично представлены результаты экспериментов движения робота по траектории в виде окружности.

Анализируя представленные результаты, можно сделать вывод, что при малых скоростях траектория движения сфероробота достаточно близка к рассчитанной теоретически, так как максимальное отклонение от траектории не превышает 7% от пройденного пути. Это позволяет сделать вывод об адекватности кинематической модели. Для двух последних серий, в которых сфероробот движется по окружности на скорости, близкой к максимальной (0.4 м/с и 0.5 м/с), радиусы траектории, полученных аппроксимацией экспериментальных данных, отличаются от радиуса теоретической траектории в 1,4 и в 1,6 раза соответственно. Повторяемость данных опытов достаточно высокая, что позволяет отнести

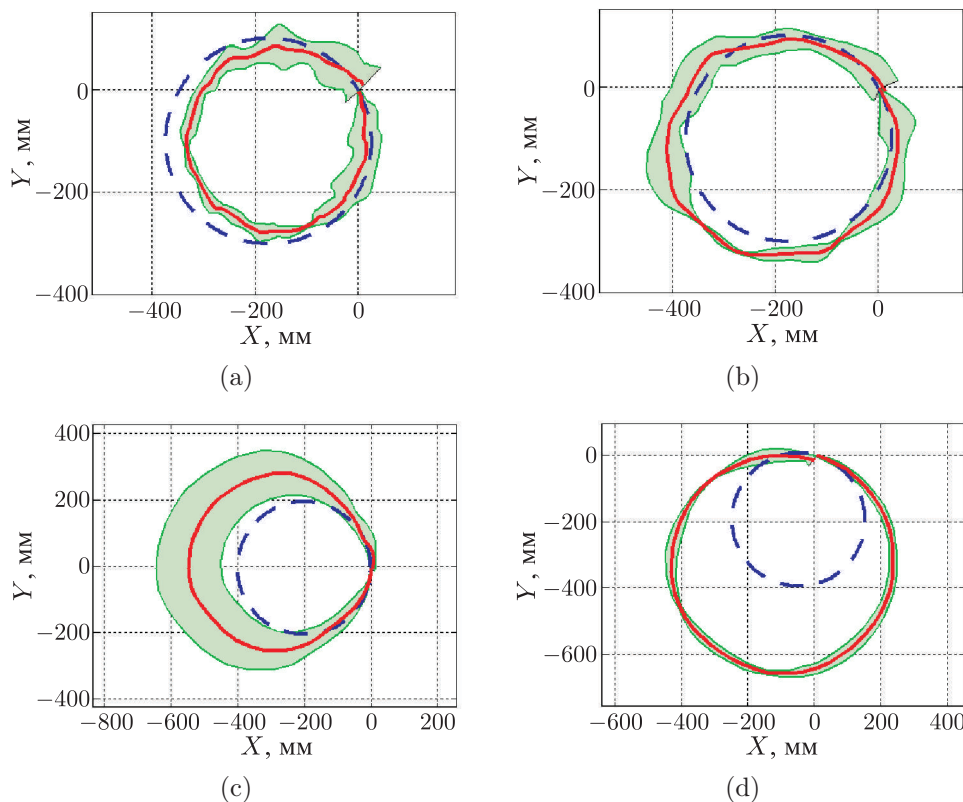


Рис. 8. Результаты экспериментов движения робота по траектории в виде квадрата со скоростью  $V = 0.4$  м/с.

проявляющуюся погрешность в радиусе реальной траектории к систематической. Одной из причин такого несоответствия на высоких скоростях движения робота является неприменимость допущения  $\Omega_3 = 0$ : то есть в реальности, возможно, происходит вращение сферической оболочки вокруг вертикальной оси при движении по траектории в виде окружности на большой скорости, но оценить величину данного вращения без специальных технических средств не представляется возможным. Второй причиной несоответствия радиуса является недостаточность кинематической модели для описания быстрых движений. Для реализации точного движения на больших скоростях необходимо развитие динамической модели движения сфероробота, учитывающей возможное отклонение платформы от горизонтального положения.

Как видно из рисунков 7–8, максимальное отклонение от средней траектории для некоторых экспериментов достигает 110 мм. На данную величину повлияли динамические эффекты, не учтенные в представленной кинематической модели, которая рассматривает только равномерное движение сфероробота. На практике возникает необходимость разгонять и тормозить сфероробот. Это обстоятельство вкупе с эффектом трения и неидеальностью конструкции и поверхности качения приводит к появлению колебательных движений платформы. Затухание данных колебаний зависит от коэффициентов трения между роликами омниколес и внутренней поверхностью оболочки и между внешней поверхностью и плоскостью, по которой движется сфероробот, а также от скорости и продолжительности движения. Кроме того, следует отметить, что траектории построены для точки, находящейся на верхней части внутренней подвижной платформы, то есть на расстоянии 120 мм

от точки контакта сферической оболочки с плоскостью. При проявлении описанных динамических явлений, вызывающих колебания сфероробота относительно точки контакта, данное обстоятельство также вносит вклад в величину отклонения.

## 7. Заключение

В ходе проделанной работы был проведен анализ существующих моделей мобильных роботов в форме шара, выделены их преимущества и недостатки, что позволило выбрать более совершенную концепцию сфероробота. Представлены кинематические уравнения движения, разработан реальный образец, для которого проведены экспериментальные исследования разработанной кинематической модели.

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы о применимости кинематической (квазистатической) модели:

1. Представленная кинематическая модель может использоваться для расчета угловых скоростей вращения омниколес при движении по прямолинейным траекториям.
2. Движение по криволинейным траекториям может осуществляться с использованием представленной модели только на низких скоростях движения.
3. Для реализации быстрого движения по криволинейным траекториям рассмотренная кинематическая модель применяться не может.

По результатам исследований можно выделить несколько научных и технических направлений дальнейших исследований:

1. Разработка динамической модели, которая будет учитывать проскальзывания роликов, характеристики поверхности, по которой движется сфероробот, и построение на основе такой модели алгоритмов и системы управления.
2. Реализация автономного режима работы:
  - посредством использования навигационной системы для определения текущих координат робота и системы определения ориентации для реализации движения по траектории;
  - с использованием внешней системы исследования окружающей обстановки робота, то есть определение положения не только робота, но и различных препятствий, возможных траекторий движения.

## 8. Благодарности

Авторы благодарят Борисова А. В., Мамаева И. С., Абрамова И. В. за плодотворные обсуждения полученных результатов.

## Список литературы

- [1] Ожегов С. И. Толковый словарь русского языка. Москва: Оникс, 2008. 736 с.
- [2] Мобильные роботы: робот-колесо и робот-шар / А. В. Борисов, И. С. Мамаев, Ю. Л. Караваев (ред.). Москва – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2013. 532 с.



- [3] Борисов А. В., Килин А. А., Мамаев И. С. Как управлять шаром Чаплыгина при помощи роторов // Нелинейная динамика, 2012, т. 8, № 2, с. 289–307. *См. также:* Borisov A. V., Kilin A. A., Mamaev I. S. How to control Chaplygin's sphere using rotors // Regul. Chaotic Dyn., 2012, vol. 17, nos. 3–4, pp. 258–272.
- [4] Bicchi A., Balluchi A., Prattichizzo D., Gorelli A. Introducing the «Sphericle»: An experimental testbed for research and teaching in nonholonomy // Proc. IEEE Internat. Conf. on Robotics and Automation (Albuquerque, New Mexico, April 21–27, 1997): Vol. 3, pp. 2620–2625.
- [5] Michaud F., Caron S. Roball, the rolling robot // Auton. Robots, 2002, vol. 12, pp. 211–222.
- [6] Kabała M., Wnuk M. Design and construction of RoBall, a spherical, nonholonomic mobile robot: Raport serii PRE nr 48/2004. Wrocław: Instytut Cybernetyki Technicznej, 2004. 18 pp.
- [7] Mukherjee R., Minor M. A., Pukrushpan J. T. Simple motion planning strategies for spherobot: a spherical mobile robot // Proc. of the 38th IEEE Conf. on Decision and Control (Phoenix, AZ, Dec 1999): Vol. 3, pp. 2132–2137.
- [8] Javadi A., Mojabi P. Introducing glory: a novel strategy for an omnidirectional spherical rolling robot // J. Dyn. Syst. Meas. Control Trans. ASME, 2004, vol. 126, no. 3, pp. 678–683.
- [9] Alves J., Dias J. Design and control of a spherical mobile robot // J. Syst. Control Eng., 2003, vol. 217, pp. 457–467.
- [10] Ivanova T. B., Pivovarova E. N. Dynamics and control of a spherical robot with an axisymmetric pendulum actuator // Nonlin. Dyn. Mob. Robot., 2013, vol. 1, no. 1, pp. 71–85.
- [11] Halme A., Schonberg T., Wang Y. Motion control of a spherical mobile robot // Proc. of the 4th IEEE Internat. Workshop on Advanced Motion Control (Mie, Japan, 1996): Vol. 1, pp. 259–264.
- [12] Bhattacharya S., Agrawal S. Spherical rolling robot: a design and motion planning studies // IEEE Trans. Robot. Autom., 2000, vol. 16, no. 6, pp. 835–839.
- [13] Jia Q., Zheng Y., Sun H., Cao H., Li H. Motion control of a novel spherical robot equipped with a flywheel // ICIA'09: Internat. Conf. on Information and Automation (Zhuhai, Macau, 2009), pp. 893–898.
- [14] Schroll G. C. Design of a spherical vehicle with flywheel momentum storage for high torque capabilities: Dissertation (bachelor of science), Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, 2008.
- [15] Борисов А. В., Килин А. А., Мамаев И. С. Как управлять шаром Чаплыгина при помощи роторов: 2 // Нелинейная динамика, 2013, т. 9, № 1, с. 59–76. *См. также:* Borisov A. V., Kilin A. A., Mamaev I. S. How to control the Chaplygin ball using rotors: 2 // Regul. Chaotic Dyn., 2013, vol. 18, nos. 1–2, pp. 144–158.
- [16] Joshi V. A., Banavar R. N. Motion analysis of a spherical mobile robot // Robotica, 2009, vol. 27, no. 3, pp. 343–353.
- [17] Болсинов А. В., Борисов А. В., Мамаев И. С. Качение без верчения шара по плоскости: отсутствие инвариантной меры в системе с полным набором интегралов // Нелинейная динамика, 2012, т. 8, № 3, с. 605–616. *См. также:* Bolsinov A. V., Borisov A. V., Mamaev I. S. Rolling of a ball without spinning on a plane: the absence of an invariant measure in a system with a complete set of integrals // Regul. Chaotic Dyn., 2012, vol. 17, no. 6, pp. 571–579.
- [18] Sugiyama Y., Hirai S. Crawling and jumping by a deformable robot // Int. J. Robot. Res., 2006, vol. 25, pp. 603–620.
- [19] Merrill Ch. E., Gifford J. H. Self-propelled continuously moving toy: Patent US № 3 722 134 (October 12, 1971).
- [20] Sonesson H. V. Radio controllable spherical toy: Patent US № 4 927 401 (May 22, 1990).
- [21] Tsai I. W. Remote control ball assembly: Patent US № 8 137 152 (March 20, 2012).
- [22] Chen W.-H., Chen Ch.-P., Yu W.-Sh., Lin Ch.-H., Lin P.-Ch. Design and implementation of an omnidirectional spherical robot Omnicron // IEEE/ASME Internat. Conf. on Advanced Intelligent Mechatronics (Kachsiung, Taiwan, 2012), pp. 719–724.



- [23] Bengt E. I. Wheels for a course stable selfpropelling vehicle movable in any desired direction on the ground or some other base: Patent US № 3 876 255 (April 8, 1975).
- [24] Borisov A. V., Kilin A. A., Mamaev I. S. An omni-wheel vehicle on a plane and a sphere // *Nonlin. Dyn. Mob. Robot.*, 2013, vol. 1, no. 1, pp. 33–50.
- [25] Борисов А. В., Мамаев И. С. Динамика твердого тела: гамильтоновы методы, интегрируемость, хаос. Москва–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005. 576 с.
- [26] Борисов А. В., Мамаев И. С. Качение неоднородного шара по сфере без верчения и кручения // *Нелинейная динамика*, 2006, т. 2, № 4, с. 445–452.
- [27] Borisov A. V., Mamaev I. S. Rolling of a non-homogeneous ball over a sphere without slipping and twisting // *Regul. Chaotic Dyn.*, 2007, vol. 12, no. 2, pp. 153–159.
- [28] Борисов А. В., Мамаев И. С., Бизяев И. А. Иерархия динамики при качении твердого тела без проскальзывания и верчения по плоскости и сфере // *Нелинейная динамика*, 2013, т. 9, № 2, с. 141–202. *См. также:* Borisov A. V., Mamaev I. S., Bizyaev I. A. The hierarchy of dynamics of a rigid body rolling without slipping and spinning on a plane and a sphere // *Regul. Chaotic Dyn.*, 2013, vol. 8, no. 3, pp. 277–328.
- [29] Koiller J., Ehlers K. M. Rubber rolling over a sphere // *Regul. Chaotic Dyn.*, 2007, vol. 12, no. 2, pp. 127–152.

### Kinematic control of a high manoeuvrable mobile spherical robot with internal omni-wheeled platform

Alexander A. Kilin<sup>1</sup>, Yury L. Karavaev<sup>2</sup>, Anton V. Klekovkin<sup>3</sup>

<sup>1,2</sup>Udmurt State University

Universitetskaya 1, Izhevsk, 426034 Russia

<sup>3</sup>M. T. Kalashnikov Izhevsk State Technical University

Studencheskaya st. 7, Izhevsk, 426069, Russia

<sup>1</sup>aka@rcd.ru, <sup>2</sup>karavaev\_yury@istu.ru, <sup>3</sup>kianvla@mail.ru

In this article a kinematic model of the spherical robot is considered, which is set in motion by the internal platform with omni-wheels. It has been introduced a description of construction, algorithm of trajectory planning according to developed kinematic model, it has been realized experimental research for typical trajectories: moving along a straight line and moving along a circle.

MSC 2010: 93B18, 93B52

Keywords: spherorobot, kinematic model, non-holonomic constraint, omni-wheel

Received January 24, 2014, accepted March 17, 2014

Citation: *Rus. J. Nonlin. Dyn.*, 2014, vol. 10, no. 1, pp. 113–126 (Russian)

